TYPY WIDMOWE GWIAZD

Typ widmowy	Temperatura	barwa	gwiazda typowa
O	25 - 30 10^3 °K		λ Oriona
B	15 - 25 10^3 °K	niebieskie	ε Oriona
A	11 10^3 °K		α Dużego Psa
P	7.5 10^3 °K	niebiesko-białe	α Małego Psa
R - N - C ← G	6.0 10^3 °K	biało-żółte	Słońca
S ←K	5.0 10^3 °K	czerwone	α Arktur
M	2 - 3 10^3 °K	czerwone	α Oriona

WIELKOŚCI GWIAZDOWE

Zapis 9^m

Obserwacje pokazują że $\dfrac{I_m}{I_{m+5}} = 100$ Zatem $\log I_m - \log I_{m+5} = 2$

$\log I_m - \log I_{m+1} = \dfrac{2}{5} = 0.4$; $\log I_m - \log(I_m + \Delta m) = 0.4 \cdot \Delta m$

$\log \dfrac{I_m}{I_{m1}} = 0.4 \cdot \Delta m = 0.4(m_1 - m)$; $m - m_1 = -2.512 \cdot \log \dfrac{I_m}{I_{m1}}$

m = 0 96 gwiazd N. P. S

top atm. $\sim 2.54 \cdot 10^{-10}$ fot $\sim 2.5 \cdot 10^{-6}$ lux ; 1lux ~ $m = -13.98$

Gdy I w luxach m=-2.5 log(I) -13.98

Wielkość absolutna

$$M - m = -2.5 \log \frac{\dfrac{L}{4\pi \cdot 10^2}}{\dfrac{L}{4\pi \cdot R^2}} = -5 \log \frac{R}{10} = -5 \log R + 5$$

$$M = m + 5 - 5 \log R - a(r)$$

$m_{¤}$= -26^m,8; $M_{¤}$ +4^m8 -dla Słońca +24^m0 kraniec widzialności

GWIAZDY ZMIENNE

1.Układy podwójne

2.Cefejdy np.δ Cefejda $M_{\upsilon min} = 74{,}3$; $M_{\upsilon max} = 3{,}6$

- Rozpowszechnienie.
- Okres - wielkość absolutna, zależność.
- Wyznaczanie odległości.

GWIAZDY NOWE

Krzywe blasku , Model wybuchu - otoczka

Moc wybuchu $P = 10^{42} - 10^{41}$ ergów

lub wielkości absolutne $M = 9$

Częstość wybuchów - 30 rocznie w Galaktyce

GWIAZDY SUPERNOWE

Krzywa blasku: dwa typy I, II

Model wybuchu - cała objętość

Moc wybuchu $10^{50} - 10^{51}$ ergów

CZĘSTOŚĆ WYBUCHÓW	***TYP*** *ELIPTYCZNY*	***GALAKTY*** *SPIRALNY*	***KI*** *NIEREGULARNY*
Masa w 10^{11} M¤	720	130	40
Liczba wybuchów na 100lat na 10^{11} M¤	0.007	2	4
Obserwowana liczba Ityp/IItyp	6/1	17/44	7/0

REMANENTY PO WYBUCHACH.

Pulsary.

DOWODY ISTNIENIA MATERII ROZPROSZONEJ

1.Istnienie jasnych mgławic widocznych na fotografii.
2.Występowanie ciemnych obłoków.
3.Nieobserwowanie galaktyk w pobliżu płaszczyzny Drogi Mlecznej.
4.Rosnące z odległością poczerwienienie światła gwiazd.
5.Występowanie w widmach gwiazd linii pochodzenia międzygwiezdnego.
6.Polaryzacja światła gwiazd.
7.Obserwacje promieniowania radiowego (linia 21 cm).

E = 13.6 eV; $\nu = 1.42 \cdot 10^9$ Hz; λ = 21 cm; P_o = 1420.4058 $MH_z \lambda_0$ = 21.1 cm

Praw. przejścia $A = 2.85 \times 10^{-15}\ s^{-1}$

$$\frac{N_2}{N_1} = \left(\frac{g_2}{g_1}\right) \exp\left(-\frac{h\upsilon_0}{kT}\right)$$ gdzie g_1/g_2 wagi statyst.

$$\frac{g_1}{g_2} = 3$$

$$k = \frac{g_1}{g_1 + g_2} N_H\, A\, h\, \upsilon_0 = \frac{3}{4} N_H\, A\, h\, \upsilon_0$$

$$s = \int \frac{k(u)}{4pr^2} \Omega r^2\, du$$

$$\frac{s}{\Omega} = I = \frac{3}{16 u_0 h} \int N_H\, du_0$$

$$u_p = \left(\frac{e^2 N_e}{4p^2 E_0 m_e}\right) = 9.1 \cdot 10^3 N_e^{\frac{1}{2}} \quad [Hz]$$

$$\upsilon_g << \upsilon$$

- $\bar{\upsilon}_{grup} = c\left[1 - \left(\frac{\upsilon_p}{\upsilon}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$
- υ_g – częstość rotacji

PRZESTRZENNE ROZŁOŻENIE GWIAZD.

a)gromady kuliste $n_g > 1000$ (M13 w Herkulesie)

b)gromady otwarte $n_g < 1000$ (Plejady)

Ewolucja gwiazd

Droga ewolucyjna Słońca.

Budowa i dynamika Drogi Mlecznej.

a)składowe Galaktyki

Gwiazdy	0.075 $M_{¤}/pc^3$
I	0.06 ~ || ~
II	0.015 ~ || ~
gaz H_e + H	0.025 ~ || ~
pył $z_r<10^{-5}$ cm	0.0002 ~ || ~
prom cosm	0.5 eV/cm^3
pole magn. H ~ $3{\cdot}10^{-6}$ G	0.2 eV/cm^3
promieniowanie elektro-magnet.(fotony)	0.5 eV/cm^3

ROTACJA GALAKTYKI

Stała Orta

$u_{rad.} \cong rA\sin 2l$ $u_{rad.}$ - prędkość w układzie słonecznym

r - odległość od u. s. A - 15 km $s^{-1}kpc^{-1}$

$B = A - \frac{u_0}{R_0} = -10\, km\, s^{-1} kpc^{-1}$ u_0, R_0 – prędkość i odległość od Słońca

$u_0 = 250 \frac{km}{s}$ $R_0 = 10\, kpc$

Wyznaczanie masy Galaktyki z rotacji

$$\frac{M_{¤} u_0^2}{R_0} = \frac{G M_G M_{¤}}{R_0^2} \qquad M_G \cong 10^{11}\ M_{¤}$$

ODLEGŁOŚCI

1AU = 1.495979 10^{13} cm

1ps = 1pc = 3.015678 10^{18} cm 1kpc = 10^3 pc

BUDOWA GWIAZDY STACJONARNEJ

$r = r(r, z)$

$p = (r, t)$ dla symetrii kulistej

$T = T(r, t)$

$$\frac{¶M(r,t)}{¶r} = 4p\,r(r,t)\,r^2 \qquad (1)$$

$$M(r,t) = \int_0^r r(r,t)\cdot 4p\,r^2\,dr$$

$$\frac{dp}{dr} = -g(r)\,r(r) \qquad (2)$$

bo

$$F(r) = -g(r)\cdot dM(r)$$

$$dM(r) = 4pr^2\,r(r)\,dr$$

$$\frac{dp(r)}{dr} = -g(r)\cdot r(r) \qquad \text{gdzie} \qquad g(r) = G\frac{M(r)}{r^2}$$

zatem

$$\frac{dp(r)}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2}\,r(r) \qquad (2')$$

Dla gazu niezdegenerowanego

$$p(r) = \frac{R}{m}\cdot r(r)\cdot T(r) \qquad (3)$$

bo

$$p\cdot v = R\frac{M}{m}T(r) \;\Big|\cdot v$$

PRODUKCJA ENERGII W JĄDRZE GWIAZDY

Grawitacyjna

Obliczanie energii potencjalnej dla chmury gazu o masie M skupionej do rozmiarów kuli o promieniu R

$$dE_p = -G\,M(r)\cdot dM(r)\int_r^{\infty}\frac{dr}{r^2} = -\frac{G\,M(r)\,dM(r)}{r}$$

dM(R) - masa warstewki o promieniu (r, r+dr)

$$E_p = -G\int_0^R \frac{M(r)\,dM(r)}{r} =$$

$$-G\int_0^R \frac{4}{3}p\,r^3 r\cdot 4prr\;dr =$$

$$M(r) = \frac{4}{3}p\;r^3 r$$

$$dM(r) = 4p\,r^2 r\,dr$$

$$M(r)\cdot dM(r) = \frac{4}{3}pr^3 r\cdot 4pr^2 r\cdot dr$$

$$= G\cdot\frac{4}{3}\pi r^3\rho\cdot 4\pi\frac{1}{5}r^2\rho\;\Big|_0^R = -G\cdot\frac{4}{3}\pi R^3\rho\cdot 4\pi\frac{1}{5}R^2\rho = -G\cdot\frac{4}{3}\pi R^3\rho\cdot\frac{4}{3}\frac{\pi R^3\rho}{R}\cdot\frac{3}{5} =$$

$$-G\frac{M^2}{R}\frac{3}{5} = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$$

Termiczna skala czasu dla Słońca (Kelvina)

$$\tau \sim \frac{E_p}{2}\frac{1}{L_{¤}} = \frac{4x\cdot 10^{48}\,\mathrm{erg}}{4\cdot 10^{23}\,\mathrm{erg/s}} = 5\cdot 10^{14}\,\mathrm{s} = 15\cdot 10^{6}\,\mathrm{lat}$$

WIEK UKŁADU SŁONECZNEGO

Metoda radio izotopów

$$U^{238}_{92}\quad t_{\frac{1}{2}} = 4.5\cdot 10^{9}\;lat \;\rightarrow\; P_b^{206}$$

$$U^{235}_{92}\quad t_{\frac{1}{2}} = 7.07\cdot 10^{8}\;lat \;\rightarrow\; P_b^{207}$$

Niech

$N_{U^{238}}$ – liczba zawartości atomów uranu

$$M_{P_b^{206}} = \overset{S}{M}_{P_b^{206}} - \overset{¤}{M}_{P_b^{206}}$$

$$\overset{P}{N}_{U^{238}} = N_{U^{238}} + M_{P_b^{206}}$$

$$N = N \cdot e^{-\lambda t} \qquad -\lambda t = \ln\frac{N}{N^0} \qquad \frac{dN}{N} = -\lambda t$$

$$\boxed{t = \ln\left(\frac{N_{U^{238}}}{N_{U^{238}} + M_{P_b^{206}}}\right)\frac{\tau_{\frac{1}{2}}}{\ln 2} = 4.6 \cdot 10^9 \text{ lat}}$$

$$\frac{dN}{N} = -\lambda t \quad ; \qquad \frac{1}{2} = e^{-\lambda\tau_{\frac{1}{2}}} \quad ; \qquad -\ln 2 = -\lambda\tau_{\frac{1}{2}} \;;$$

$$\tau_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad ; \qquad \lambda = \frac{\ln 2}{\tau_{\frac{1}{2}}} \quad ; \qquad \boxed{t = 4.6 \cdot 10^9 \text{ lat}}$$

CZAS SWOBODNEGO SPADKU

$m\frac{d^2r}{dt^2} = -G\frac{4}{3}\pi\frac{r^3}{r^2}\rho$ Równanie oscylacji punktu materialnego w polu grawitacyjnym Ziemi

$$\frac{d^2r}{dt^2} = -G\frac{4}{3}\rho\pi r \qquad \omega^2 = G\rho\frac{4}{3}\pi$$

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = G\rho\frac{4}{3}\pi \qquad T = \frac{1}{G}\left(\frac{1}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \rho = \frac{3\pi R^3}{4M}$$

$$\boxed{T = \frac{1}{G}\left(\frac{R^3}{GM}\right)^{\frac{1}{2}} = 5 \cdot 10^8 \text{ s} = 20 \text{lat}}$$

Jądrowa

Częstość zderzeń dwóch typów cząstek o rozkładzie pędów Maxwell'a
Reakcje jądrowe syntezy.

Defekt masy. Założenie: $n_1(n_1)$, $n_2(n_2)$

$$E = \int_{n_{1\min}}^{\infty} \int_{n_{2\min}}^{\infty} \frac{n_1(n_1) \cdot n_2(n_2) \cdot s \cdot n_{(n_1 n_2)} \cdot Q}{1 + d_{12}}$$

gdy $n_1 = n_2$

$$E = \frac{n_1 \cdot n_2}{2} \cdot \langle \sigma \nu \rangle \cdot Q$$

gdzie $\langle s\, n \rangle = \int_{n_{\min}}^{\infty} s \cdot n\, f(w)\, d^3 n$

$$\langle s\, u \rangle = \left(\frac{8}{p m_u} \right)^{\frac{1}{2}} (kT)^{\frac{3}{2}} \cdot \int_{E_{\min}}^{\infty} E s(E) \exp\left(-\frac{E}{kT} \right) dE$$

gdzie $m_u = \frac{M_1 m_2}{M_1 + m_2}$

CYKL PROTONOWY

$H^1 + H^1 \rightarrow D^2 + e^+ + \nu_e$ 2.38 MeV lub

$H^1 + e^- + H^1 \rightarrow D^2 + \nu_e$ [$\sigma = 10^{-47}$ cm^2]

$D^2 + p \rightarrow He^3 + \gamma$ 10.98 MeV

$He^3 + He^3 \rightarrow He^4 + 2p$ 12.85 MeV

$\rightarrow$

$He^3 + He^4 \rightarrow Be^7 + \gamma$

$Be^7 + e^- \rightarrow Li^7 + \nu_e$

$Li^7 + p \rightarrow He^4 + He^4$

$Be^7 + p \rightarrow B^8 + \gamma$

$B^8 \rightarrow Be^8 + e^+ + \nu_e$

$Be^8 \rightarrow 2\ He^4$

$4p \rightarrow 1He + 26.72$ MeV; 0.51 MeV w neutrino

(2.38 + 10.98 + 12.85) + 0.51 = 26.72 MeV

$$\varepsilon_{pp} = A\ \rho\ X^2\ T^n$$

$A = 1.05\ 10^{-29}$ $T \approx (12\text{-}15)\ 10^6\ {}^\circ K$ $n = 4$ $X = \%\ H$

CYKL CNO

$C^{12} + H_1^1 \rightarrow N^{13} + \gamma$
$N^{13} \rightarrow C^{13} + e^+ + \nu_e$
$C^{13} + H_1^1 \rightarrow N^{14} \rightarrow \gamma$
$N^{14} + H_1^1 \rightarrow O^{15} + \gamma$
$O^{15} \rightarrow N^{15} + e^+ + \nu_e$
$N^{15} + H_1^1 \rightarrow C^{12} + He^4$

$\varepsilon = 6.4 \cdot 10^{18}$ erg/g_{He}
$\varepsilon_{CNO} = \beta\, \rho\, X\, Z_{CNO}\, T^n$

$\beta = 1.6\ 10^{-142}$
X = % M
Z = %CNO
n = 20 ÷ 13

$$L(r) = 4p \int_0^r r\, e\, r^2\, dr \qquad (4)$$

lub

$$\frac{d\,L(r)}{dr} = 4p\ r(r)\ e\ r^2 \qquad (4')$$

OKREŚLENIE m DLA GWIAZDY

$X = \frac{M_H}{\rho}$; $\quad Y = \frac{M_{He}}{\rho}$; $\quad Z = \frac{M_A}{\rho}$; $\quad X+Y+Z = 1$

$L_H = \frac{3Y\rho}{4m_H}$ bo $m_{He} = 4\ m_H$; $\quad L_A = \frac{1}{2}\frac{Z\rho}{m_H}$ bo $m_A = A\ m_H$

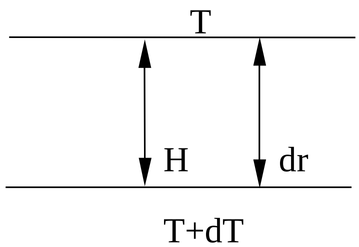
liczba elektronów = 1/2 A

$$N = \left(2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}Z\right) \cdot \frac{\rho}{m_H} \qquad \mu = \frac{\rho}{N\, m_H} = \left(2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}Z\right)^{-1}$$

Produkcja energii w gwieździe.

TRANSPORT ENERGII W GWIEŹDZIE

Przez promieniowanie



$$\sigma \cdot T^4 = \varepsilon$$

$$s\left(T+dT\right)^4 = e$$

$$H = 4\sigma T^3\, dT$$

bo

$$\frac{d}{dT}\left(s\, T^4\right)\frac{dT}{dr} = 4s\, T^3 \frac{dT}{dr} dr$$

$I = I_0 \cdot e^{-k\rho x}$ k - współczynnik absorbcji

$\frac{1}{k\rho}$ - grubość optyczna

można przyjąć $dr = \frac{1}{k\rho}$

a = ε

$$H = \frac{ac}{k\rho} T^3 \frac{dT}{dr} \quad \text{bo} \quad \sigma = \frac{ac}{4}$$

$$a = 7.7 \cdot 10^{-15}\left(CGS\right)$$

$$L\left(r\right) = 4pr^2 \cdot H$$

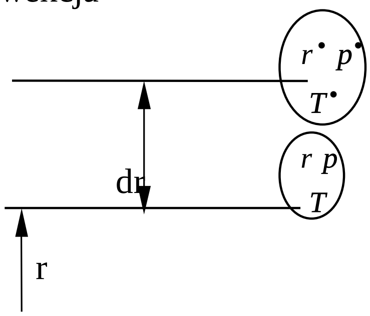
$$L\left(r\right) = \frac{4pr^2\, acT^3}{kr}\left(\frac{dT}{dr}\right)$$

lub dokładniej

$$L\left(r\right) = \frac{16pr^2 acT^3}{3kr}\left(\frac{dT}{dr}\right)$$

$$\frac{dT}{dr} = \frac{L\left(r\right)\, 3kr\left(r\right)}{16pr^2\, ac\, T^3\left(r\right)}$$

Konwekcja



$$r^{\bullet} < r(r+dr)$$

Przemiana adiabatyczna

$$\frac{dp(r)}{dr} = -g(r)\, r(r) \qquad\qquad p(r) = \frac{R}{m}\, r(r)\, T(r)$$

otrzymamy
$$-\frac{dT}{dr} = g(r)\,\frac{m}{R}\cdot\left(\frac{d(\log T)}{d(\log p)}\right)$$

dla adiabaty $p = \rho^{\gamma}$ zatem $\rho = p^{\frac{1}{\gamma}}$

Wstawiamy do równania gazu

$$p = \frac{R}{\mu} p^{\frac{1}{\gamma}} T \qquad p^{\frac{1}{\gamma}} = \frac{p\mu}{RT} \qquad p^{-\frac{1}{\gamma}} = \frac{RT}{p\mu}$$

$$p^{1-\frac{1}{\gamma}} \cdot \frac{\mu}{R} = T \qquad \frac{dT}{dp} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)\cdot\frac{\mu}{R} p^{-\frac{1}{\gamma}} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)\frac{T}{p}$$

$$\frac{d(\log T)}{d(\log p)} = \frac{p\, dT}{T\, dp} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)$$ gdy $\frac{d(\log T)}{d(\log p)} < 1 - \frac{1}{\gamma}$ nie zachodzi

$>$ zachodzi konwekcja

$$\left|\frac{dT}{dr}\right| = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)\frac{dp}{dr}$$ przypadek adiabaty

$$\left|\frac{dT}{dr}\right| < \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)\frac{dp}{dr}$$ nie rozwinie się konwekcja

$$\boxed{\frac{dT}{dr} = -\left(1 - \frac{1}{g}\right)\frac{GM(r)}{r^2}\,\frac{m}{R}} \quad (5')$$

RÓWNANIA

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4pr(r,t)\, r^2 \qquad (1)$$

$$\frac{dp}{dr} = -G\,\frac{M(r)}{r^2}\, r(r) \qquad (2')$$

$$p(r) = \frac{R}{m}\, r(r)\, T(r) \qquad (3)$$

$$\frac{dL(r)}{dr} = 4pr(r)\, e\, r^2 \qquad (4')$$

$$\frac{dT}{dr} = \frac{L(r)\; 3kr(r)}{16pr^2 acT(r)^3} \qquad (5)$$

lub wymiennie

$$\frac{dT}{dr} = -\left(1 - \frac{1}{g}\right)\frac{GM(r)}{r^2}\,\frac{m}{R} \qquad (5')$$

Warunki brzegowe dla r > R

$p(R) = 0,$ M(R) = *M*

L(R) = L T(R) = T

dla r = 0

M = 0; L = 0;

GAZ ZDEGENEROWANY

ZASADA NIEOZNACZNONOŚCI

$$\Delta p \cdot \Delta x = \frac{h}{2\pi} = h$$

$$\Delta x = \frac{h}{\Delta p}$$

$$\Delta x = \frac{1}{n^{\frac{1}{3}}}$$

$$n \geq \Delta x^{-3} \geq \left(\frac{\Delta p}{h}\right)^3$$

$$n_e \left| mkT \right|^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{h^3} = \left(\frac{mk}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot T^{\frac{3}{2}}$$

dokładniej

$$n_e > \left(\frac{20m}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{p}{3}\right) kT|^{\frac{3}{2}}$$

$$\rho \geq 2.4 \, x 10^{-8} \, T^{\frac{3}{2}}$$

$$T = 16 \cdot 10^6 \text{ K}$$

$$\rho = 1.5 \cdot 10^3 \, \frac{g}{cm^3}$$

$$\rho \text{ dla karłów } 2 \cdot 10^{10} \, \frac{g}{cm^3} \Leftrightarrow 4 \cdot 10^{12} \, \frac{g}{cm^3}$$

$$\boxed{M_c = \frac{1.44 \, M_{\odot}}{\left(\frac{\mu_c}{2}\right)^2}} \qquad \mu_c = 2$$